

МАГИЧНИ КВАДРАТ

MAGIC SQUARE

Аутор:

АЉОША ТАНЦАБЕЛИЋ, VIII, *Основна школа “Стевица Јовановић” Панчево*
Регионални центар за таленте “Михајло Пупин” Панчево

Ментор:

ЈЕЛЕНА САМАРЦИЋ, *професор математике, Регионални центар за таленте*
“Михајло Пупин” Панчево

РЕЗИМЕ

Овај истраживачки рад има за циљ анализу и проучавање историјских аспеката магичних квадрата, истраживање њихове употребе и еволуције кроз различите временске периоде.

У уводном делу истраживања, фокус ће бити стављен на историјске аспекте магичних квадрата. То укључује њихову појаву, развој током времена и њихов значај у различитим периодима историје.

Други кључни аспект овог рада ће обухватити конкретне примере магичних квадрата, укључујући и ђаволске (савршене) квадрате. Магични квадрат реда 3x3 биће представљен у ГеоГебри.

У закључку, овај истраживачки рад тежи пружању свеобухватног увида у свет магичних квадрата, као и допринос математичком развоју.

Кључне речи: магични квадрат

ABSTRACT

This research paper aims to analyze and study the historical aspects of magic squares, research their use and evolution through different time periods.

In the introductory part of the research, the focus will be placed on the historical aspects of magic squares. This includes their emergence, development over time and their importance in different periods of history.

Another key aspect of this paper will cover specific examples of magic squares, including devilish (perfect) squares. A 3x3 magic square will be presented in GeoGebra.

In conclusion, this research paper aims to provide a comprehensive insight into the world of magic squares, as well as a contribution to mathematical development.

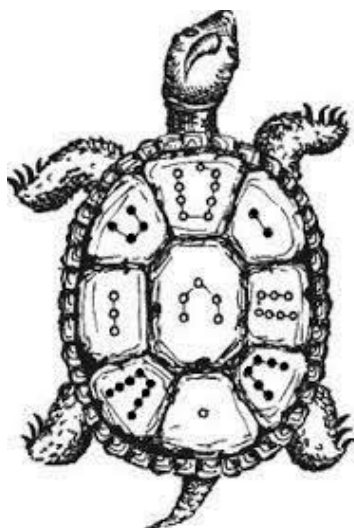
Keywords: magical square

УВОД

Према једној легенди, 4000 година пре нове ере, кинески цар Фук Си суочио се са великим поплавама. У то време једино решење видео је у томе да орасположи бога реке приносећи му дарове у облику жртава. Сваки пут када би жртва била принесена из реке би изашла једна корњача која би заобишла жртву која је понуђена богу реке, прошетала се обалом и вратила у реку. Након неколико принесених жртава, дете које је било у близини, је једног дана приметило да се на оклопу корњаче налази нека чудна шара у облику квадрата у којем се налазе тачке. Када се шара боље протумачила, испоставило се да се ради о квадрату са 9 поља у којима су тачке тако распоређене да је њихов збир у свакој колони, реду и дијагонали 15. Цар је схватио да је то вероватно количина дорова које морају да принесу богу река како би га орасположили да повуче воду и да престану поплаве.

Према другој легенди, такође из древне Кине, магични квадрат познат је под именом "Ло Шу квадрат". Око 2200 година пре нове ере, цар Лу, шетајући се поред Жуте реке, угледао је корњачу на чијем се оклопу налази квадрат и унутар квадрата беле и црне тачке. Квадрат је 3x3 у којем су бројеви од 1 до 9 (белим тачкама представљени су непарни а црним парни бројеви) распоређени око броја 5, тако да збир бројева у свакој колони, реду и дијагонали даје збир 15.

Ло Шу магични квадрат постао је касније важан елемент у кинеској нумерологији, фенг шуију и другим традиционалним кинеским праксама. Сматрало се да има моћ да донесе срећу, равнотежу и хармонију онима који га користе или га имају у својим домовима. Отуда и назив магични квадрат.



Слика 1. најстарији магични квадрат
Picture 1. the oldest magical square

Из Кине магични квадрат кренуо је путем Јапана, преко Индије и Египта па све до Европе.

У Европи су магични квадрати стекли значај у ренесанси и бароку. Леонардо Фибоначи, италијански математичар из 13. века, разматрао је магичне квадрате у својој књизи „Либер Абаци” (Књига о абакусу), а Геронимо Кардано, италијански математичар из 16. века, предложио је методу за генерисање квадрата реда 4 и виших.

У средњем веку, магични квадрати постали су део кинеске филозофије. Повезивали су се с концептима као што су Тао и јин-јанг. Таоистички монаси користили су магичне квадрате као симболе равнотеже и хармоније. Бројеви у квадратима тумачени су као манифестације космичке енергије, а њихов распоред имао је симболичко значење.

Током династије Танг (618–907), магични квадрати постали су популарни међу уметницима и песницима. Користили су их као игру и изазов, стварајући квадрате са специфичним бројевима и шарадама. Ова креативна употреба магичних квадрата постала је део уметничке сцене, а песници су их користили као инспирацију за своје стихове.

Блез Паскал, француски математичар и физичар, у свом делу "Трактат о аритметици, геометрији и пропорцијама" из 17. века, изучавао је магичне квадрате. Историјски гледано, Паскалов магични квадрат реда 4 је један од најпознатијих и најистраженијих.

Тако је Блез Паскал, својим радом на магичним квадратима и другим математичким темама, обогатио свет науке и математике у периоду касног 17. века.



Слика 2. књига „Либер Абаци”
Picture 2. the book "Liber Abaci"

"Либре Абаџи" (позната и као "Либер Абаџи" или "Књига о рачунању") је једно од најважнијих дела италијанског математичара Леонарда Пизанског (Фибонаџија). Ова књига, написана 1202. године, представља класично дело средњовековне европске математике.



Слика 3. јерусалимски магични кватрат
Picture 3. the Jerusalem magic square

Један од начина да се конструише Јерусалимски магични квадрат јесте да се користе хебрејска слова, нумеричке вредности слова, или чак свете бројке из верских текстова. Ови квадрати често имају значење у оквиру мистицизма и симболике.

У савремено доба, магични квадрати се и даље изучавају у математичким круговима, али и у контексту рачунарских наука и криптографије. Истраживачи се баве и различитим аспектима њихових својстава и примена, од математике до културе и мистицизма. Тако магични квадрати настављају да буду важан и интересантан део математичке и културне историје.

РЕЗУЛТАТИ ИСТРАЖИВАЊА И ДИСКУСИЈА

Нормални магични квадрат реда n је квадрат димензије $n \times n$ попуњен различитим бројевима од 1 до n^2 тако да збир тих бројева у сваком реду, свакој колони и на свакој дијагонали буде једнак. Вредност тог збира називамо карактеристични збир и обележавамо са S .

$$S = \frac{n \cdot (n^2 + 1)}{2};$$

За квадрат димензије 3×3 карактеристични збир је:

$$S = \frac{3 \cdot (3^2 + 1)}{2} = \frac{3 \cdot (9 + 1)}{2} = \frac{3 \cdot 10}{2} = 15;$$

Таквих квадрата има укупно осам.

6	1	8
7	5	3
2	9	4

Слика 4. почетни магични квадрат
Picture 4. the initial magic square

6	1	8
7	5	3
2	9	4

2	9	4
7	5	3
6	1	8

8	1	6
3	5	7
4	9	2

4	3	8
9	5	1
2	7	6

6	7	2
1	5	9
8	3	4

8	3	4
1	5	9
6	7	2

4	9	2
3	5	7
8	1	6

4	7	6
9	5	1
2	3	8

Слика 5. магични квадрат добијен трансформацијом
Picture 5. the magic square obtained by the transformation

Посматрајмо почетни магични квадрат а затим полазећи од њега трансформација добијамо седам нових магичних квадрата.

За квадрат димензије 4x4 карактеристични збир је:

$$S = \frac{4 \cdot (4^2 + 1)}{2} = \frac{4 \cdot (16 + 1)}{2} = \frac{4 \cdot 17}{2} = 34;$$

Таквих квадрата има укупно 880.

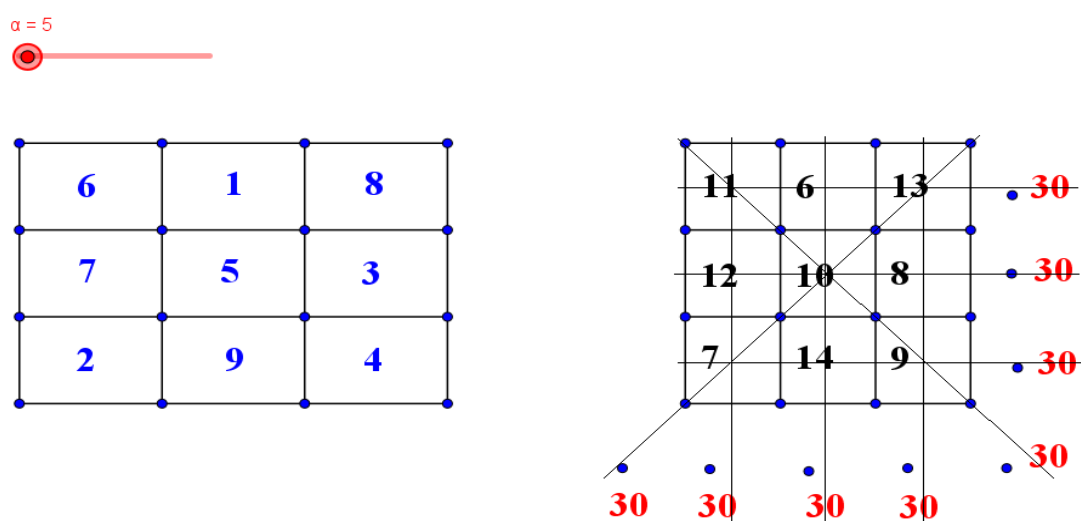
За квадрат димензије 5x5 карактеристични збир је:

$$S = \frac{5 \cdot (5^2 + 1)}{2} = \frac{5 \cdot (25 + 1)}{2} = \frac{5 \cdot 26}{2} = 65.$$

Таквих квадрата има укупно 275 305 224.

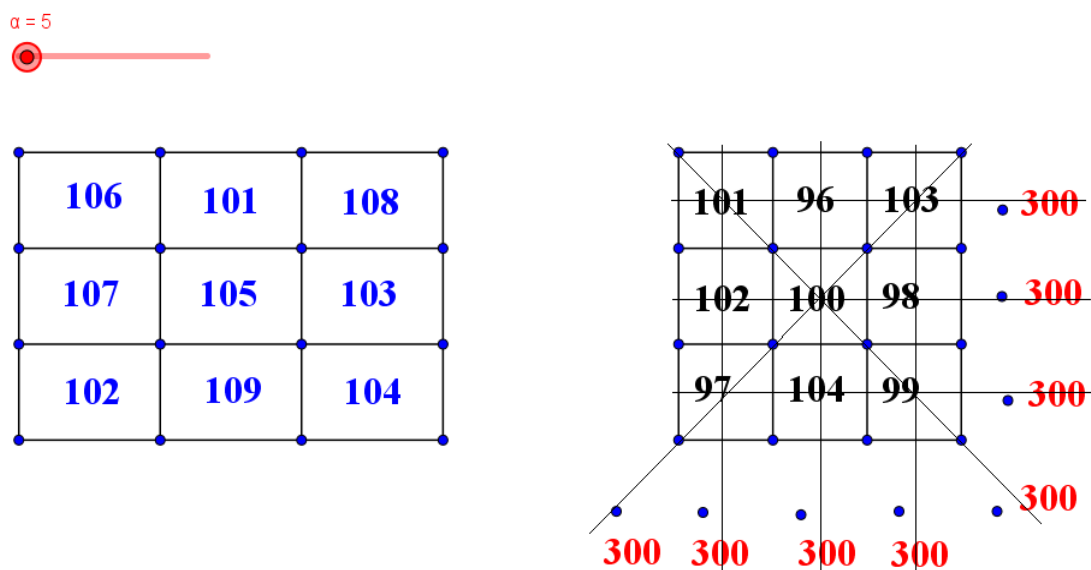
Дакле, карактеристични збир можемо израчунати за било коју димензију магичног квадрата.

Ако сваки елемент магичног квадрата димензије $n \times n$ увећамо за број α тада је карактеристичан збир $S_1 = S + \alpha \cdot k$. Пример оваквог квадрата у Геогебри можете погледати на следећем линку <https://www.geogebra.org/m/yqr9dwqa>



Слика 6. магични квадрат и магични квадрат увећан за α
 Picture 6. magic square and magic square increased by α

Пример оваквог квадрата у Геогебри можете погледати на следећем линку <https://www.geogebra.org/m/rddur4d2>.

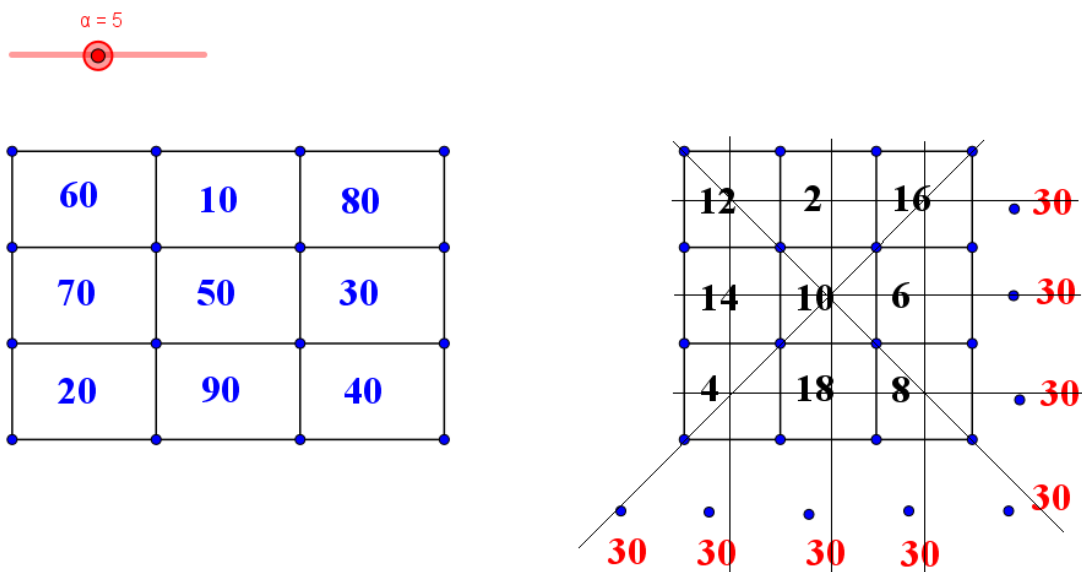


Слика 7. магични квадрат и магични квадрат умањен за α
 Picture 7. Magic square and magic square diminished with α

Ако сваки елемент магичног квадрата димензије $n \times n$ увећамо α пута тада је карактеристичан збир $S_1 = S \cdot \alpha$. Пример оваквог квадрата у Геогебри можете погледати на следећем линку <https://www.geogebra.org/m/edhpcgb4>

Слика 8. магични квадрат и магични квадрат увећан α пута
 Picture 8. magic square and magic square multiplied by α times

Ако сваки елемент магичног квадрата димензије $n \times n$ умањимо α пута тада је карактеристичан збир $S_1 = S : \alpha$. Пример оваквог квадрата у Геогебри можете погледати на следећем линку <https://www.geogebra.org/m/wawbrfzd>.



Слика 9. магични квадрат и магични квадрат умањен α пута
 Picture 9. magic square and magic square reduced by α times

Ако притом важи да је збир на свакој „изломљеној“ дијагонали такође једнак карактеристичном збиру онда такав магични квадрат зовемо „ђаволски“ или „савршени“ квадрат.

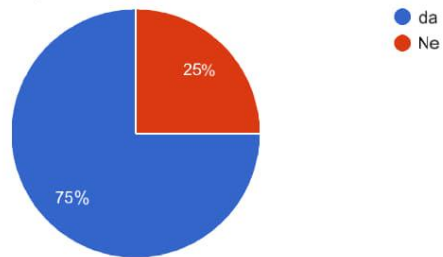
Особине магичног квадрата:

1. Ако све бројеве које ставимо да чине наш магични квадрат поређамо по величини приметимо да је разлика два суседна броја увек иста.
2. Збир свих бројева који чине магични квадрат мора да буде дељив са 3.
3. Карактеристичан збир се добија када се збир свих бројева магичног квадрата подели са 3.
4. Број који се налази у централном пољу је аритметичка средина свих бројева које чине наш магични квадрат односно трећина карактеристичног збира.
5. Ако све бројеве магичног квадрата саберемо, одузмемо, помножимо или поделимо неким број добијамо такође магични квадрат.

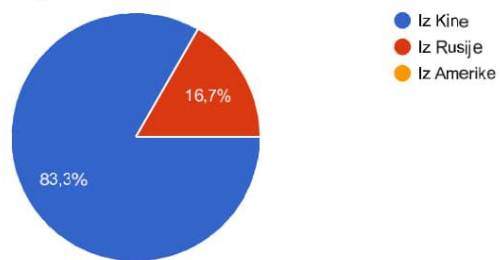
УПИТНИК О МАГИЧНОМ КВАДРАТУ

147 одговора

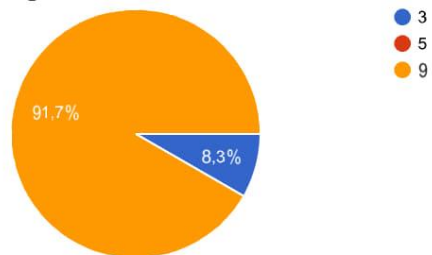
Да ли сте чули за појам "магични квадрат"?
147 одговора



Одакле потиче магични квадрат?
147 одговора

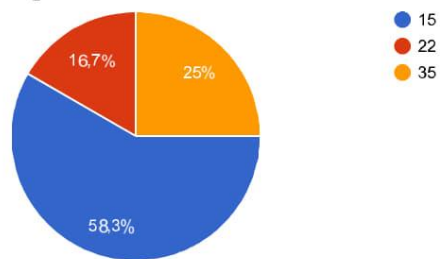


Колико поља има обичан магични квадрат?
147 одговора

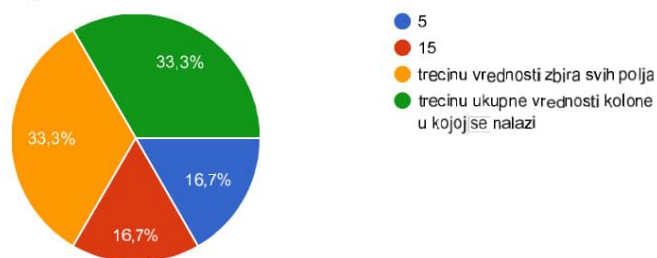


Слика 10. процентни одговори анкете
Picture 10. survey response percentages

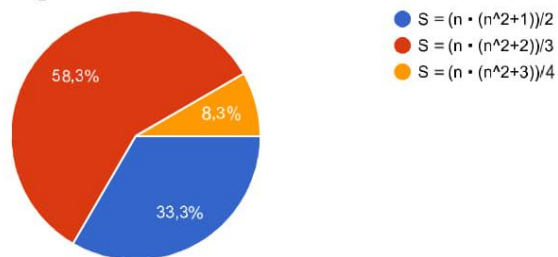
Колико износи збир свих поља код обичног магичног квадрата?
147 одговора



Коју вредност има средње поље код магичног квадрата?
147 одговора



Како фласи формула за магични квадрат?
147 одговора



Слика 11: процентни одговори анкете
Picture 11. survey response percentages

ЗАКЉУЧАК

Анкета је рађена циљано да обухвати различите професије и различита старосна доба.

Иако је магични квадрат веома занимљива тема, из анкете се може приметити да је магични квадрат крајње непозната тема међу људима.

Магични квадрат је познат по томе што може помоћи у развијању интелекта код младе деце, па се због тога често пимењује као забавна игра.

ЛИТЕРАТУРА

- [1.] Мирко и Бранка Дејић, *Математичке посласице*, Лагуна 2020.
- [2.] *Математички лист за ученике основне школе*, Година XXVI, број 6 (1992), издаје Друштво математичара Србије, Београд
- [3.] *Математички лист за ученике основне школе*, Година XXXIX, број 1 (2004), издаје Друштво математичара Србије, Београд
- [1.] <https://repozitorij.pmf.unizg.hr/islandora/object/pmf%3A9370/datastream/PDF/view>
- [2.] https://dms.rs/wp-content/uploads/2020/03/slajdovi_Magichni_kvadrati_VB.pdf
- [3.] https://math.ba/Nastava/2016_17/Predmet7/magic.pdf